



Electrodinámica Clásica

Martín Rivas

e-mail: martin.rivas@ehu.es
<http://tp.lc.ehu.es/martin.htm>

eman ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko
del País Vasco Unibertsitatea

Departamento de Física Teórica
e Historia de la Ciencia
UPV/EHU

Leioa, Diciembre 2013

Imagen: An artificial magnetosphere could be generated around manned space craft en route to the Moon or Mars to protect the occupants from the potentially lethal radiation in space from the Sun.

A superconducting ring on board of such a space craft could produce a magnetic field, or mini-magnetosphere, similar to the Earth's, which would create a Star Trek like deflector or plasma shield.

Credit: Ruth Bamford/Rutherford Appleton Laboratory.
<<http://www.centauri-dreams.org/?p=1232>>

© Martín Rivas, Bilbao 2013.

Índice general

1. Principios fundamentales	3
1.1. Principios Fundamentales	3
1.1.1. Principio de Relatividad Restringido	4
1.1.2. Principio Variacional	5
1.1.3. Principio Atómico	6
1.1.4. Principio de Cuantización	6
1.2. El Principio atómico y la hipótesis de continuidad	7
1.3. Apéndice: Partículas elementales (Modelo Estándar)	9
1.3.1. Intensidad de las Interacciones	9
1.4. Apéndice: Grupos de Lie de transformaciones	10
1.4.1. Consideraciones generales	11
1.4.2. Transformaciones finitas	11
1.4.3. Operadores de Casimir	14
1.4.4. Espacios homogéneos de un grupo	14
1.5. Apéndice: Grupo de Rotaciones	15
1.5.1. Parametrización normal o canónica del grupo $SO(3)$	17
1.5.2. Rotación infinitesimal	19
1.5.3. Ley de composición de las rotaciones	20
1.6. Apéndice: Observadores inerciales y no inerciales	22
1.7. Problemas	25
2. Formalismo Variacional de sistemas discretos	27
2.1. Formalismo Lagrangiano Generalizado	27
2.1.1. Ecuaciones de Euler-Lagrange	27
2.1.2. Momentos conjugados	29
2.1.3. Variables Cinemáticas	30
2.1.4. Cambio del tiempo por otro parámetro de evolución	32
2.1.5. Obtención de la Lagrangiana a partir de la función Acción	33
2.2. Teorema de Noether Generalizado	34
2.2.1. Expresión de las N_α en el espacio cinemático	38
2.3. Sistemas Elementales	40
2.3.1. Sistemas Elementales Lagrangianos	42
2.4. Resumen	43
2.5. Problemas	44
3. Partículas elementales sin espín	45
3.1. Partícula puntual no relativista	45
3.2. Partícula puntual relativista	48
3.3. Interacción con el exterior	51
3.3.1. Ecuaciones de los campos externos	53
3.3.2. Transformaciones gauge	54
3.3.3. Diferencias entre el formalismo relativista y el no relativista	54

3.3.4.	Partículas y antipartículas. Invariancia CPT	55
3.3.5.	Conservación local de la carga eléctrica	56
3.3.6.	Componentes covariantes y contravariantes	57
3.3.7.	Formulación covariante	58
3.3.8.	Ecuaciones de Maxwell	60
3.3.9.	Transformación de los campos	61
3.3.10.	Invariantes de los campos	61
3.3.11.	Tensor momento dipolar	61
3.3.12.	Ecuación de la dinámica	62
3.3.13.	Lagrangiana de los campos	63
3.3.14.	Algunas magnitudes tetravectoriales y tetratensoriales	64
3.4.	Apéndice: Grupo de Galileo	65
3.5.	Apéndice: Grupo de Poincaré	68
3.6.	Problemas	73
4.	Movimiento del electrón (sin espín) en un campo	79
4.1.	Dinámica relativista de una carga puntual	79
4.2.	Electrón sin espín en un campo externo	80
4.2.1.	Campo eléctrico uniforme	81
4.2.2.	Campo magnético uniforme	81
4.2.3.	Campos eléctrico y magnético uniformes	82
4.2.4.	Confinamiento magnético	84
4.2.5.	La jaula de Penning. El Geonium	85
4.2.6.	Enfriamiento con láser (Laser cooling)	89
4.2.7.	Electrón en un potencial alterno	89
4.2.8.	Electrón bajo una onda plana polarizada linealmente	92
4.2.9.	Electrón bajo una onda plana polarizada circularmente	93
4.2.10.	Efecto Compton	94
4.2.11.	Contribución del espín	96
4.3.	Modelo de electrón con espín	100
4.4.	Partícula con momento magnético	102
4.4.1.	Experimento de Stern-Gerlach	103
4.5.	Sistemas de dos partículas	103
4.5.1.	Lagrangiana de interacción de Darwin	105
4.5.2.	Movimiento Coulombiano de dos partículas	106
4.5.3.	El Positronium	108
4.5.4.	Lagrangiana de interacción invariante bajo \mathcal{W}	108
4.6.	Problemas	111
5.	Campos de cargas en movimiento	115
5.1.	Potenciales de una carga puntual	115
5.1.1.	Campo electromagnético de una onda plana	116
5.2.	Función de Green retardada	117
5.3.	Potenciales de una distribución de cargas y corrientes	119
5.4.	Campos de una distribución de cargas y corrientes	120
5.5.	Potenciales de Liénard-Wiechert	121
5.6.	Cálculo de los campos	122
5.7.	Campo electromagnético de una carga puntual	124
5.7.1.	Formulación covariante	126
5.8.	Campo de una carga puntual sin aceleración	128
5.9.	Teorema de Poynting	131
5.10.	Potencia radiada. Fórmula de Larmor	132

5.10.1. Distribución angular de la radiación	133
5.10.2. Generalización a velocidades arbitrarias	134
5.11. Reacción por radiación	134
5.11.1. Ecuación de Abraham-Lorentz-Dirac	135
5.12. Problemas	137
6. Análisis multipolar de la radiación	145
6.1. Análisis multipolar del campo electrostático	145
6.1.1. Contribución monopolar en $1/r$	146
6.1.2. Contribución dipolar en $1/r^2$	146
6.1.3. Contribución cuadrupolar en $1/r^3$	147
6.1.4. Un teorema integral útil	149
6.2. Análisis multipolar del campo magnetostático	149
6.2.1. Momento magnético de una corriente estacionaria plana	151
6.2.2. Momento magnético de las partículas elementales	152
6.2.3. Valores medios de los campos estáticos	153
6.3. El centro de carga del electrón	154
6.3.1. Movimiento del centro de carga del electrón	154
6.4. Análisis multipolar de la radiación	155
6.4.1. Potencial vector de una distribución de corrientes	156
6.4.2. Contribución dipolar eléctrica en $1/r$	156
6.4.3. Contribución dipolar magnética en $1/r$	157
6.4.4. Contribución cuadrupolar eléctrica en $1/r$	159
6.5. Radiación producida por una antena	160
6.5.1. Polarización de la radiación de la antena	161
6.6. Distribución angular de la radiación de una partícula rápida	161
6.6.1. Movimiento rectilíneo	161
6.6.2. Movimiento circular	163
6.6.3. Movimiento arbitrario	165
6.6.4. Reacción por radiación	166
6.7. Dispersión por cargas libres. Sección eficaz	168
6.7.1. Corrección por el Efecto Compton	169
6.7.2. Dispersión resonante	170
6.8. Análisis espectral de la radiación	172
6.9. Problemas	174
7. Introducción a la teoría clásica de campos	181
7.1. Teoría Clásica de Campos	181
7.2. Ecuaciones de Euler-Lagrange	182
7.3. Teorema de Noether	183
7.3.1. Tetravector momento lineal-temporal	185
7.3.2. Momento angular	186
7.3.3. Momento cinemático	187
7.4. Campo electromagnético	187
7.4.1. Solución de las Ecuaciones de Maxwell en el vacío	191
7.5. Campo de Dirac	194
7.5.1. Variables Dinámicas	195
7.6. Campos en interacción	198
7.7. Invariancia gauge local	200
7.8. Problemas	202
A. Espectro electromagnético	203

B. Operadores diferenciales	205
B.0.1. Coordenadas esféricas	205
B.0.2. Coordenadas cilíndricas	206
B.0.3. Relaciones diferenciales	206