



Elementos de Física de los Medios Continuos

Martín Rivas

e-mail:martin.rivas@ehu.es

<http://tp.lc.ehu.es/martin.htm>

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Departamento de Física Teórica
e Historia de la Ciencia
UPV/EHU

Leioa, Mayo 2014

En la imagen de la portada, vemos un avión despegando. La perturbación provocada se hace visible mediante el humo coloreado.

Origen de la foto, Wikipedia: Mecánica de fluidos.

© Martín Rivas, Bilbao, 2014.

Índice general

1. Cinemática	3
1.1. El Principio atómico y la Hipótesis de continuidad	3
1.2. Medios continuos y discretos	3
1.2.1. Notación indicial	3
1.2.2. Componentes de un vector y de un operador lineal	4
1.2.3. Descomposición polar de una matriz no singular	5
1.2.4. Transformación de un tensor	6
1.3. Configuraciones	9
1.3.1. Líneas de corriente, líneas de emisión y trayectorias	10
1.3.2. Campo de velocidad	11
1.4. Tensor de deformaciones	12
1.4.1. Diagonalización del tensor de deformaciones	13
1.4.2. Tensor de deformaciones linearizado	14
1.4.3. Estados de deformación planos	15
1.5. Tensor de velocidad de deformación	15
1.6. Sólido rígido	18
1.7. Derivada material	19
1.7.1. Campo de aceleración	20
1.7.2. Variación temporal del elemento de línea, superficie y volumen	20
1.7.3. Transformación del elemento de línea, superficie y volumen	21
1.7.4. Derivada material de integrales curvilíneas	22
1.7.5. Derivada material de integrales de superficie	23
1.7.6. Derivada material de integrales de volumen	23
1.8. Teoremas integrales sobre campos vectoriales	24
1.8.1. Teorema de Gauss	24
1.8.2. Teorema de Stokes	24
1.8.3. Teorema de unicidad de campos vectoriales	25
1.8.4. Teorema de Helmholtz	25
1.9. Problemas	28
2. Tensiones	49
2.1. Campo de densidad	49
2.2. Campo de tensiones	49
2.3. Tracción, compresión y cortadura	51
2.4. Equilibrio estático. Simetría del tensor de tensiones	51
2.4.1. Valor medio del tensor de tensiones	53
2.4.2. Direcciones principales. Tensiones principales	53
2.4.3. Círculos de Mohr de tensiones	55
2.4.4. Estados de tensión planos	57
2.4.5. Tensión en una dirección arbitraria	58
2.4.6. Tensor de tensión esférico y tensor desviador	60
2.4.7. Círculo de Mohr de las deformaciones	60

2.5.	Tensor de tensiones del campo electromagnético	61
2.6.	Problemas	63
3.	Dinámica	
	Leyes fundamentales	71
3.1.	Ecuación de continuidad de la masa	71
3.2.	Segunda ley de Newton	72
3.3.	Momento de la cantidad de movimiento. Simetría de σ_{ij}	72
3.4.	Conservación de la energía. Primer principio de la Termodinámica	73
3.5.	Segundo Principio de la Termodinámica	74
3.6.	Ecuaciones constitutivas	75
3.7.	Problemas	76
4.	Elasticidad	79
4.1.	Ley de Hooke generalizada	80
4.2.	Tensor elástico. Constantes elásticas	81
4.2.1.	Ley de Hooke de medios isótropos	82
4.2.2.	Ecuaciones de Navier	84
4.2.3.	Condiciones de compatibilidad en deformaciones lineales	86
4.2.4.	Estados de tensión planos	88
4.3.	Deformación de una viga (línea elástica)	90
4.3.1.	Pandeo	92
4.3.2.	Torsión	94
4.4.	Arcos. La catenaria	96
4.5.	Plasticidad	98
4.6.	Condiciones de plasticidad	99
4.6.1.	Criterio de Tresca	99
4.6.2.	Criterio de Von Mises	100
4.7.	Espacio de tensiones. Superficies de fluencia	100
4.8.	Problemas	101
5.	Fluidos	121
5.1.	Viscosidad	121
5.2.	Fluidos Newtonianos	122
5.3.	Fluidos Stokesianos	122
5.4.	Ecuaciones de Navier-Stokes	122
5.4.1.	Ecuación de Euler	123
5.4.2.	Flujo estacionario. Hidrostática	124
5.4.3.	Ecuación de Bernoulli	124
5.4.4.	Teorema de Kelvin	125
5.4.5.	Densidad de impulso	125
5.5.	Ecuaciones de Helmholtz	126
5.5.1.	Ecuación de difusión	126
5.5.2.	Número de Reynolds	127
5.6.	Problemas bidimensionales	127
5.6.1.	Fuerza y Momento sobre un obstáculo. Fórmulas de Blasius	128
5.6.2.	Ejemplos de problemas bidimensionales irrotacionales	130
5.6.3.	Efecto Magnus	132
5.6.4.	Teorema de la aplicación de Riemann	133
5.6.5.	Transformación conforme	134
5.6.6.	Transformación de Joukowski	134
5.7.	Fluidos reales: Pérdida de carga	138
5.8.	Capa límite	139

5.8.1. Turbulencia	141
5.9. Problemas	144
6. Ondas en medios continuos	163
6.1. Ondas en medios elásticos	163
6.1.1. Onda longitudinal y onda transversal	163
6.1.2. Ondas transversales en una cuerda	167
6.1.3. Ondas transversales en una membrana	168
6.2. Ondas en fluidos perfectos. Ondas sonoras	171
6.2.1. Ondas en un tubo	173
6.3. Ondas de choque	173
6.4. Las escalas musicales	175
6.5. Problemas	177
7. Análisis dimensional y semejanza física	179
7.1. Semejanza geométrica, cinemática y dinámica	179
7.1.1. Algunas expresiones o números adimensionales	179
7.2. Teorema II de Buckingham	180
7.3. Funciones homogéneas	181
7.4. Homogeneidad de la Lagrangiana	181
7.5. Problemas	184
A. Rotaciones	189
A.0.1. Parametrización normal o canónica del grupo $SO(3)$	191
A.0.2. Ley de composición de las rotaciones	193
A.0.3. Cinemática de la rotación	195
A.0.4. Dinámica de la rotación	197
B. Datos históricos sobre la Elasticidad Lineal	199
C. Operadores diferenciales	201
C.0.5. Coordenadas esféricas	201
C.0.6. Coordenadas cilíndricas	202
C.0.7. Relaciones diferenciales	202