

Soluciones

Problema 1

a) El movimiento del proyectil viene dado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} x &= (v_0 \cos \alpha) t & v_x &= v_0 \cos \alpha \\ y &= (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 & v_y &= v_0 \sin \alpha - g t \end{aligned} \quad (1)$$

El momento angular viene dado por

$$\vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v} \quad (2)$$

El producto vectorial del vector posición por la velocidad es:

$$\vec{r} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ (v_0 \cos \alpha) t & (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 & 0 \\ v_0 \cos \alpha & v_0 \sin \alpha - g t & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} v_0 g t^2 \cos \alpha \vec{u}_z \quad (3)$$

Es decir, el momento angular es:

$$\vec{L} = -\frac{1}{2} m v_0 g t^2 \cos \alpha \vec{u}_z \quad (4)$$

b) La derivada del momento angular es:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = -m v_0 g t \cos \alpha \vec{u}_z \quad (5)$$

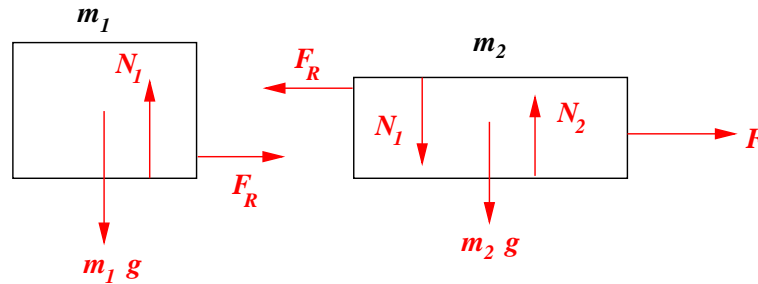
c) La única fuerza que actúa sobre el proyectil es la fuerza gravitatoria. El momento de esta fuerza es:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ (v_0 \cos \alpha) t & (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 & 0 \\ 0 & -m g & 0 \end{vmatrix} = -m v_0 g t \cos \alpha \vec{u}_z \quad (6)$$

que coincide con el resultado del apartado anterior.

Problema 2

Las fuerzas que actúan sobre cada uno de los bloques son:



\vec{N}_1 es la fuerza normal entre los dos bloques y \vec{N}_2 entre la masa m_2 y la superficie.

a) Como ambos bloques se mueven juntos la aceleración de ambos es la misma. Las ecuaciones de Newton son:

$$m_1 a = F_R \quad (7)$$

$$0 = N_1 - m_1 g \quad (8)$$

$$m_2 a = F - F_R \quad (9)$$

$$0 = N_2 - N_1 - m_2 g \quad (10)$$

De (8) se obtiene que $N_1 = m_1 g$ y de (7) $a = F_R/m_1$. Sustituyendo este último valor en (9):

$$F = F_R + m_2 a = F_R - \frac{m_2}{m_1} F_R = \frac{m_1 + m_2}{m_1} F_R \quad (11)$$

Por otro lado, la fuerza de rozamiento estático es menor que $\mu_e N_1$ es decir:

$$F = \frac{m_1 + m_2}{m_1} F_R \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_e N_1 = \mu_e (m_1 + m_2) g \quad (12)$$

La fuerza máxima que se puede aplicar es:

$$F_{max} = \mu_e (m_1 + m_2) g = 16 \text{ N} \quad (13)$$

b) La aceleración máxima es:

$$a_{max} = \frac{F_R}{m_1} = \frac{\mu_e m_1 g}{m_1} = \mu_e g = 2 \text{ m/s}^2 \quad (14)$$

c) En el caso que la fuerza sea mayor que la máxima los bloques no se mueven juntos; tienen diferentes aceleraciones. Las ecuaciones de Newton se escriben:

$$m_1 a_1 = F_R \quad (15)$$

$$0 = N_1 - m_1 g \quad (16)$$

$$m_2 a_2 = F - F_R \quad (17)$$

$$0 = N_2 - N_1 - m_2 g \quad (18)$$

donde ahora F_R es la fuerza de rozamiento dinámica: $F_R = \mu_d N_1$. De (15) y (16) se obtiene:

$$a_1 = \frac{F_R}{m_1} = \frac{\mu_d N_1}{m_1} = \mu_d g = 1 \text{ m/s}^2 \quad (19)$$

y de (17):

$$a_2 = \frac{1}{m_2}(F - F_R) = \frac{1}{m_2}(F - \mu_e m_1 g) \quad (20)$$